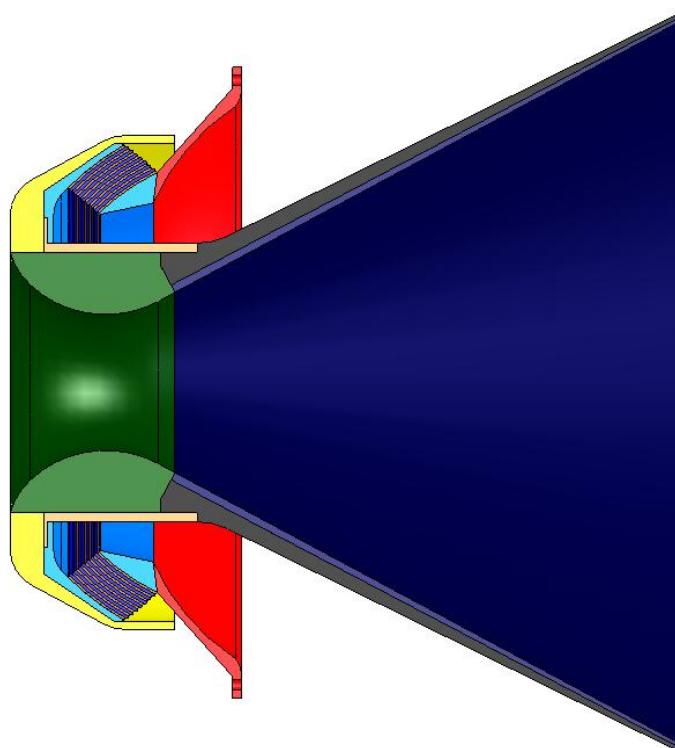


# 應用數值計算

## Numerical Optimization

研究題目：

### 【柔性接頭最佳化設計】



指導教授：

陳申岳 博士

研究團隊：

9469517 唐榕崧

9569507 楊富翔

9569508 盧信璋

9569509 石明賢

一、Members and Works.....	4
二、Description .....	5
1. Background / overview .....	5
2. CAD .....	6
3. Objective .....	7
4. Formulation .....	8
三、Formulation of NL P.....	11
四、Task .....	12
五、Deliverable.....	13
六、Result and Discussion.....	14
七、Reference .....	25
八、Appendix .....	27
1.of.m .....	28
2. nncon.m .....	29
3. main.m.....	30
4. FJ_Opt.f90 .....	31
5. FJ.tcl.....	33
6. FJ_obj.tcl .....	35
7. FJ_con.tcl.....	36

圖一、	一般典型柔性接頭.....	6
圖二、	柔性接頭3D模組.....	6
圖三、	MFD與CFDM搜尋方向比較 .....	17
圖四、	MFD搜尋方向範例 .....	18
圖五、	CFDM搜尋方向範例.....	18
圖六、	smartdo_idflt=1   Obj. And Vmax的收斂曲線.....	19
圖七、	smartdo_idflt=15   Obj. And Vmax的收斂曲線.....	20
圖八、	smartdo_idflt=16   Obj. And Vmax的收斂曲線.....	20
圖九、	最後設計出的產品3D模組圖形 .....	23
圖十、	幾何參數尺寸建立 .....	23
圖十一、	自動化I/O繪圖設置.....	24
表一、	各種最佳化程式設計變數及目標函數計算結果比較 .....	14
表二、	各種最佳化程式限制條件計算結果比較 .....	14
表三、	初始設計與最佳化計算結果比較 .....	17
表四、	最佳化計算結果與最終設計結果比較 .....	18

## 一、Members and Works

1. 唐榕崧－利用 SmartDO 軟體設計柔性接頭，並整合本組資料、文獻、程式等，組織本組設計產品的討論會議。
2. 楊富翔－蒐集各類柔性接頭設計書目及參考文獻，整理文獻資料的數學式，並驗證是否正確、可行；利用 SmartDO 軟體，驗證各國現行使用的柔性接頭設計是否與最佳化計算值相符合。
3. 盧信璋－利用三維繪圖軟體 SolidWorks 建立 3D 模組，根據最佳化計算設計出的數據，繪出設計產品；利用 Matlat 內建的最佳化程式資料庫撰寫柔性接頭最佳化設計，並與 IMSL 及 SmartDO 計算結果比較。
4. 石明賢－利用 Fortran 內建的 IMSL 資料庫中的最佳化程式撰寫柔性接頭最佳化設計，並與 Matlab 及 SmartDO 計算結果比較。

## 二、Description

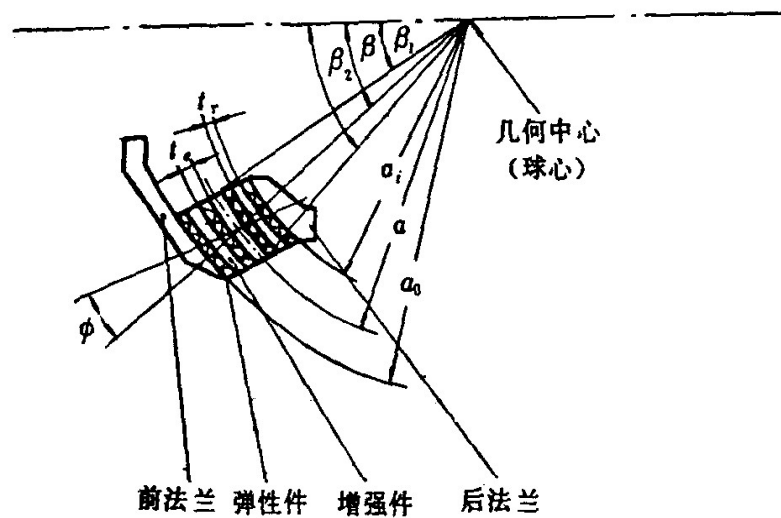
### 1. Background/overview

向量噴嘴是目前航空、國防領域等一直努力的空間範疇，向量噴嘴為了能夠改變噴嘴噴流方向，使得武器能利用噴嘴就能進行轉向動作，無論是在戰略性、應用性都能大大提升產品的附加價值，而目前航空飛彈領域之中最常用的向量噴嘴設計就是「柔性接頭」，其優點主要有：噴管的活動部分與固定部分沒有活動分離面，能充分達到自緊密封、能做全軸擺動、對噴管內流場干擾小、性能重現性高等，由於這些優點造成柔性接頭已大量使用在現行的發動機上。

柔性接頭的幾何參數相當多，而限制條件除了結構上，還必須考慮搭配介面的幾何尺寸、流場、熱傳、致動器作動力矩等，由於概括討論相當繁雜，必須一一分別探討後在進行整合，方能更有效解決此一問題，故，本文先以結構方面進行著手。

## 2.CAD

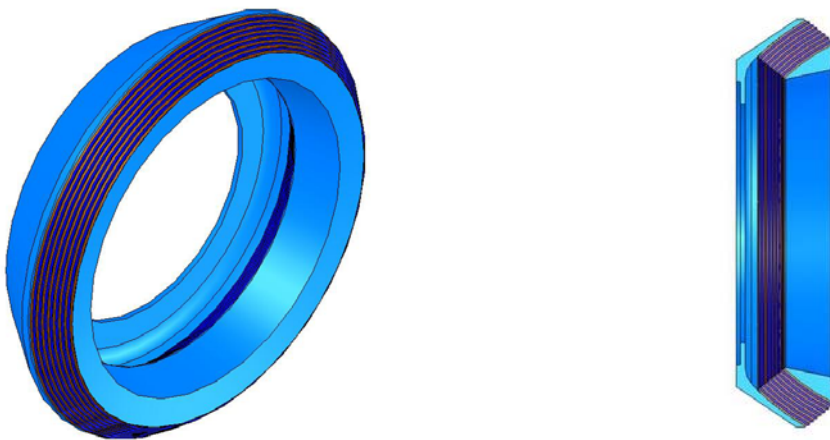
下圖圖一為一般典型的柔性接頭，以及其相關重要幾何參數和文字說明。



接頭球面內徑  $a_i$ 、接頭中心球半徑  $a$ 、接頭球面外徑  $a_0$ 、  
接頭角  $\beta$ 、接頭內角  $\beta_1$ 、接頭外角  $\beta_2$ 、接頭錐角  $\phi$ 、  
彈性件層數  $n$ 、彈性件每層厚度  $t_e$  及增強件每層厚度  $t_r$

圖一、一般典型柔性接頭

本組使用三維繪圖軟體 SolidWorks 繪出柔性接頭模組如下圖二，各幾何參數利用軟體內建的數學關系式編輯，經過最佳化計算後可直接將計算結果輸入至數學關系式，即可完成最佳化設計後的三維模組繪製。



圖二、柔性接頭 3D 模組

### 3.Objective

對於航空國防設計產品來說，一開始最先要考量的並不是成本的計算，對於一個新的設計觀念首先必須要可靠，此處所指的可靠的意思就是可以使用、安全、性能符合，再來就是要求質量達到最小值的設計；對於柔性接頭來說，可以設定的最佳化目標基本上有兩個：其一為致動器作用所需最小力矩（min Torque）；其二為質量最小化（min Weight）。對於第一項而言，由於目前致動器作用力矩可提供的功率已遠大於柔性接頭所形成的阻力矩，並且，如果考慮兩個目標函數的話，將會造成最佳化設計上更大的困難，因而，本組本次討論的主要目標函數為質量最小化。

在未來最佳化設計時，可以針對兩種目標函數進行最佳化設計，對於多目標函數最佳化求解，目前 IMSL 資料庫中有相關應用程式，在 Matlab 中的 Optimization 程式庫中有可供使用的程式，未來，本組將使用 SmartDO 與以上兩種資料庫，相互進行多目標函數最佳化設計的比較。

柔性接頭設計完成後除了必須達到幾何尺寸的限制外，最主要的就是結構強度必須能符合規格，此處共有兩項必須考慮：第一為剛性件的強度必須達到安全裕度 1.25 以上；第二為彈性件結構強度要達到安全裕度 2 以上。次要考慮條件為幾何限制、加工和製作能力限制、文獻建議等等，相關參數計算、限制條件說明將於下節詳細說明。

#### 4. Formulation

柔性接頭所設計需求的幾何尺寸變數如上圖一所示，吾人試著將其簡化成七個設計變數，分別為  $a$ 、 $\beta$ 、 $\beta_1$ 、 $\phi$ 、 $t_e$ 、 $t_r$ 、 $n$

[Find]

中心球半徑  $a$ 、

接頭角  $\beta$ 、

接頭內角  $\beta_1$ 、

接頭錐角  $\phi$ 、

彈性件每層厚度  $t_e$ 、

增強件每層厚度  $t_r$ 、

彈性件層數  $n$

以上七個設計變數最佳設計值。

[Sol.]

(1) 燃燒室壓力  $p_c$  所起的增強件的環向壓縮應力  $\sigma_p$

$$\sigma_p = \frac{7150 p_c k_r}{n-1} \omega$$

That

$$\omega = \frac{a^{2.4} \cos \beta}{3283 t_r^3 + t_r \cos^2 \beta \{a^2 (\beta_2 - \beta_1)^2 - 3283 t_r^2\}}$$

That

$$k_r = 0.1038 + 0.024\phi - 0.00012\phi^2$$

(2) 擺動  $\pm \theta$  角所引起的增強件的環向應力  $\sigma_\theta$

$$\sigma_\theta = \frac{900 \theta p_c k_r}{n-1} \Omega$$



That

$$\Omega = \frac{a^{0.4}}{t_r \cos \beta (\beta_2 - \beta_1)^2}$$

(3)增強件所受的總的環向壓縮應力 $\sigma_r$

$$\sigma_r = \sigma_p + \sigma_\theta$$

(4)燃燒室壓力 $p_c$ 所起的彈性件的剪切應力 $\tau_p$

$$\tau_p = \frac{\xi p_c t_e k_e \sin \beta}{a (\beta_2 - \beta_1)}$$

其中經驗係數 $\xi$ ，對鋼增強件通常取

$$\xi = 700 \sim 1000$$

以及彈性件的錐角修正係數 $k_{\text{水}}$

$$k_{\text{水}} = 0.528 - 7 \times 10^{-3} \phi + 3.26 \times 10^{-4} \phi^2$$

(5)擺動 $\pm \theta$ 角所引起的彈性件的剪切應力 $\tau_\theta$

$$\tau_\theta = \frac{0.01745 G_0 a \theta}{n t_e}$$

(6)彈性件所受的總剪切應力 $\tau_e$

$$\tau_e = \tau_p + \tau_\theta$$

(7)中心球參考半徑 $a_0$

$$a_0 = \frac{1.2 * D t}{\sin(\beta)}$$

需要設計的參數及材料工程系數分別為：

(1)燃燒室腔壓 $P_c = 8000$  Kpa

(2)擺動角度 $\theta = 8^\circ$

(3)NBR剪切模量 $G_0 = 343$  Kpa

(4)NBR剪切強度  $\tau_y = 4500$  Kpa

(5)SAE4130降伏強度  $\sigma_y = 1030050$  Kpa

(6)噴喉喉徑  $D_t = 11$  cm

### 三、Formulation of NL P

Find 『Design Variables』

$$\mathbf{x} = \{\alpha, \beta, \beta_1, \phi, t_e, t_r, n\}$$

To minimize 『Objective Function』

$$\text{Min : } W = 2a \sin\left(\frac{\beta_2 - \beta_1}{2}\right) [7.9t_r(n-1) + 1.2nt_e]$$

Subjected to 『Inequality constrain』

$$\begin{aligned} 2 - \frac{\sigma_y}{\sigma_r} &\leq 0 \\ 1.25 - \frac{\tau_y}{\tau_e} &\leq 0 \\ (\beta_2 - \beta_1) - 16 &\leq 0 \\ 8 - (\beta_2 - \beta_1) &\leq 0 \\ 0.8a_0 &\leq a \leq 1.5a_0 \end{aligned}$$

Subjected to 『Lb  $\leq$  x  $\leq$  Ub』

$$\begin{aligned} 2 &\leq a \leq 50 \\ 45 &\leq \beta \leq 70 \\ 40 &\leq \beta_1 \leq 50 \\ 45 &\leq \beta_2 \\ 10 &\leq \phi \leq 30 \\ 0.12 &\leq t_e \leq 0.2 \\ 0.10 &\leq t_r \leq 0.25 \\ 4 &\leq n \leq 12 \end{aligned}$$

#### 四、Task

由於柔性接頭具有橡皮材料以及金屬材料，主要作用原理是利用橡皮的易壓縮性(compressible)，將金屬與橡皮相互疊層，因此，在進行有限元素法(FEA)時首先必須考慮到橡皮材料的特殊性質 ( $\mu \cong 0.49$ )，其次是組合介面的接觸設定問題，第三點則是幾何尺寸都屬於薄殼，厚度約在2mm以內，對於元素種類的設定(Define Element)以及格點(Mesh)的建立，具有一定程度的困難，以上三類問題在有限元素法中，屬於較為進階使用者所具備的技巧，每分析一個型態所耗費的時間是相當龐大的，因而，本組進行初步最佳化設計時，先利用數值解求出各設計變數的最佳值，以節省有限元素法龐大的計算時間。

以往做機械設計最佳化可使用Fortrant程式語言內建的Optimization程式庫IMSL計算，或使用Matlab程式語言內建的Optimization工具箱作為計算工具，然而，二者在使用上僅能處理部份域的最佳化值(Local Optimum)，有些語法甚至無法觀察到詳細的計算過程，如果要求總域內的最佳值(Global Optimum)，必須做額外的程式碼撰寫，方有機會可以求得總域的最佳解，SmartDO最佳化軟體解決了此一問題，本組將採用三種不同的程式，相互比較柔性接頭最佳化設計，採用相同的邊界條件、目標函數(Objective Function)、設計變數(Design Variable)、上、下限(Side Constraints)、初始值(Starting Point)。

為了改善IMSL以及Matlab只能求部分域的最佳值，本組在程式碼中加入迴圈的處理，同樣的條件下重複計算20次，並紀錄20次中每次的最佳值，最後輸出時，只選取20次中計算出的最小值為最後的最佳化解，用以與SmartDo比較。

## 五、Deliverable

柔性接頭的設計不僅僅結構問題，還關係著噴嘴流場、熱傳、組裝介面、致動器功率等等問題，本文中無法一一探討相關問題，本次僅針對性能上的符合、以及結構上的安全性為第一考量，在上述考量下以最輕量化為目標；對於發動機而言重量是絕對關鍵的指標之一，一公斤的大小都將影響發動機各項參數，在考慮同樣的材料下，如果能將幾何形狀設計到最輕量化，能大大提升發動機整體性能，對於未來，可著手於材料的研改，勢必更能有效的達到最小質量的設計。

柔性接頭設計是近幾年來各國致力於研發的關鍵技術，無論在於材料的研改、結構分析、熱傳分析等，都是重視的技術領域，由於設計變數多達12個以上，幾何參數就包括了7個，加上各種限制條件，在在影響柔性接頭設計的變因，對於初始設計而言，是相當困難且不易考慮周嚴，如果能成功建立最佳化設計方案，配合自動化3D繪圖，將能有效改善初始設計時間，並能提供設計者合理、可靠的設計變數選用。

## 六、Result and Discussion

依照前節所述本組採用IMSL資料庫中的NCONF以及Matlab最佳化資料庫中的fmincon求解，並根據本次目標SmartDo程式利用不同的RCFDM求解，分別將smartdo\_idflt設定為1、15、和16，相互比較之間所得的結果，茲將結果比較表列如下：

	a	$\beta$	$\beta_1$	$\psi$	n	te	tr	ite.	Obj	%
smartdo_idflt=1	10.94	53.5	45.6	10	7.11	0.12	0.13	29	22.229	3.01%
smartdo_idflt=15	11.50	50.0	42.0	10	5.96	0.12	0.15	86	21.645	0.30%
smartdo_idflt=16	11.31	51.1	43.1	10	6.26	0.12	0.15	50	21.829	1.15%
IMSL by NCONF	11.82	48.1	40.1	10	5.54	0.12	0.16	N/A	21.580	0.00%
Matlab by fmincon	11.85	48.0	40.0	10	5.58	0.12	0.16	88	21.767	0.86%

表一、各種最佳化程式設計變數及目標函數計算結果比較

計算後分別將最佳化後的設計變數帶入主要的限制邊界條件中，以比較五種方法是否落在可行區域內，共帶入四種限制條件進行計算，分別為  $2 - \frac{\sigma_y}{\sigma_r} \leq 0$ 、 $1.25 - \frac{\tau_y}{\tau_e} \leq 0$ 、 $(\beta_2 - \beta_1) - 16 \leq 0$ 、 $8 - (\beta_2 - \beta_1) \leq 0$ ，相關結果表列如下：

	g1	g2	g3	g4
	$2 - \sigma_y / \sigma_r$	$1.25 - \tau_y / \tau_e$	$(\beta_2 - \beta_1) - 16$	$8 - (\beta_2 - \beta_1)$
SmartDo smartdo_idflt=1	-3.099E-03	-1.141066E-03	-7.89840E+00	-1.01600E-01
SmartDo smartdo_idflt=15	-1.026E-03	5.613690E-04	-7.90000E+00	-1.00000E-01
SmartDo smartdo_idflt=16	-6.162E-04	8.451024E-04	-7.89880E+00	-1.01200E-01
IMSL by NCONF	2.700E-08	2.573395E-07	-7.90000E+00	-1.00000E-01
Matlab by fmincon	-1.001E-02	-9.737613E-03	-7.90000E+00	-1.00000E-01

表二、各種最佳化程式限制條件計算結果比較

綜合以上表列數據可以看出，利用IMSL by NCONF方法可以求得最小的目標函數值，但是該方法的g1、g2約略等於0，沒有小於0的原因可能在於精確度

的問題，或是收斂條件的設定太過寬鬆，不過對於本專案產品，其限制結構安全條件g1、g2當約略等於0時，也是符合規格，可以使用的；對於其他方法計算出的Obj.與此法比較，最大為3.01% (**smartdo\_idflt=1方法**)，最小也僅僅為0.30% (**smartdo\_idflt=15方法**)，對於減重效率來說相差不大，實際產品製作後產生的重量變化將大於3%，因此，對於五種方式計算出的最佳設計變數值，都是可參考、設計、應用的。

討論以上五種方法所使用的求解方式，本文節錄各程式手冊內的說明於下：

**smartdo\_idflt=1** : Traditional Feasible Direction Method

**smartdo\_idflt=15** : Recursive Conjugate Feasible Direction Method. This is a combination of CFDM and RFDM. When the characteristics of the problem is unknown, this solver is able to decide the best solver and option to use.

**smartdo\_idflt=16** : Recursive Conjugate Feasible Direction Method . This is the higher order version of RCFDM.

**IMSL by NCONF** : Solve a general nonlinear programming problem using the successive quadratic programming algorithm and a finite difference gradient.

**Matlab by fmincon** : The functions fmincon use SQP.

IMSL主要是使用二次規劃法 (QP)，此法為最簡單的非線性規劃 (NLP) 問題，以數學式表示：

$$\begin{aligned} \min f(x) &= C^T x + \frac{1}{2} x^T H x \\ \text{s.t } Ax &\leq b, x \geq 0 \end{aligned}$$

以拉格朗日函數 (Langrange Function) 表示之：

$$L(x, u, \nu) = C^T x + \frac{1}{2} x^T H x + u^T (Ax - b) - \nu^T x$$

則由最佳化條件可以得知，在最佳解處，Kuhn-Tucker(K-T)條件成立：

$$\left. \begin{aligned} Ax + y &= b \\ C + Hx + A^T u - \nu &= 0 \\ x \geq 0, u \geq 0, \nu \geq 0, y &\geq 0 \end{aligned} \right\}$$

$$x^T \nu + u^T y = 0$$

在Matlab by fmincon使用的則是序列二次規劃法（SQP），其基本理論就是將約束化問題（Constrain Question）轉化為求解一系列的二次規劃問題，也就是每次迭代步驟中解決一個二次規劃子問題，迭代時，收斂經由使用近似牛頓法（Quasi-Newton）得到的Langrange函數構成的赫世矩陣（Hessian Matrix）來保證，從而轉化二次規劃子問題，其解產生搜索過程的搜索方向，以數學式表示，當給定

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x)$$

通過線性化非線性約束條件得到二次規劃問題如下：

$$\min_{d \in R^n} \frac{1}{2} d^T H_k d + \nabla f(x_k)^T d$$

$$\nabla g_i(x)^T d + g_i(x) = 0 \quad i = 1, \dots, m_e$$

$$\nabla g_i(x)^T d + g_i(x) \leq 0 \quad i = m_{e+1}, \dots, m$$

（其中H矩陣的更新，於fmincon中採用BFGS方法）

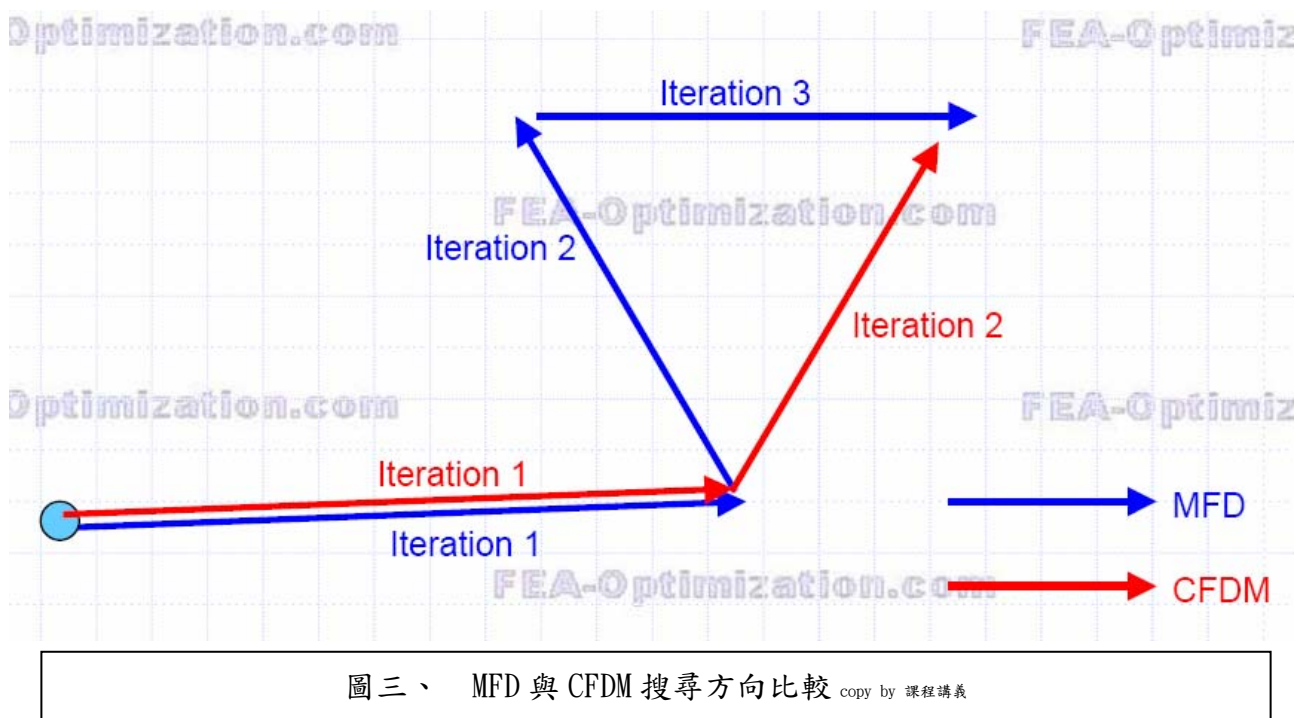
此問題再通過二次規劃解，形成新的迭代方程

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k$$

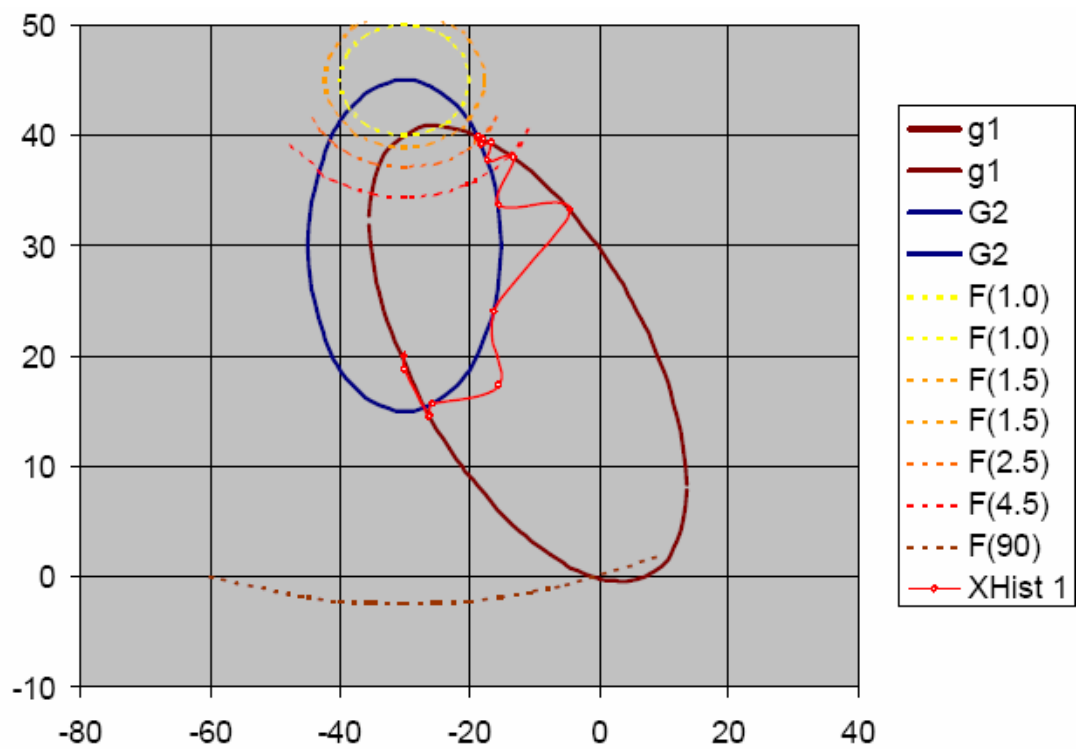
此法僅在可行區域（Feasible Domain）求解，因此，求解一個非線性約束化問題比求解無約束化問題，所迭代的次數更少。



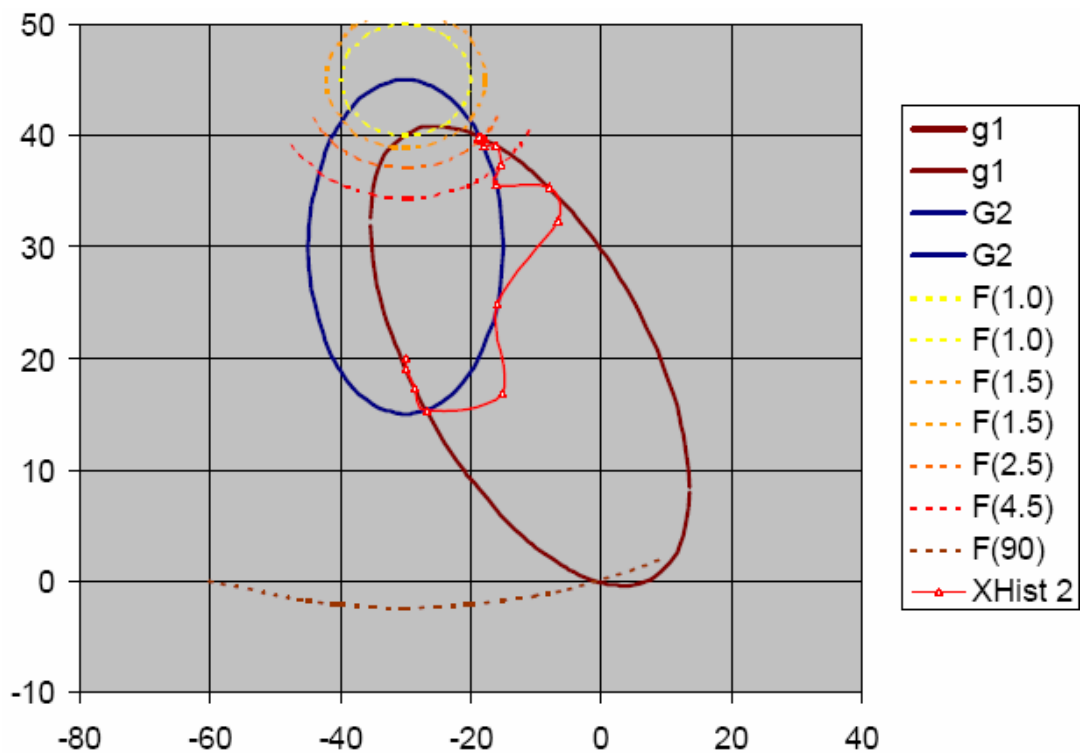
在SmartDo軟體中當選項設定為smartdo\_idflt=1時，所採用的方法為傳統可行方向法（MFD）；假設 $d$ 為從 $x$ 點出發的可行方向，則考慮可行域 $D \in \mathbb{R}^n$ 為非空集， $x \in D$ ，對於某非零向量 $d \in \mathbb{R}^n$ 存在，使得對任意 $t \in (0, \delta)$ ，均有 $x + td \in D$ 。此法的計算方式則為：由可行點 $x^{(k)}$ 出發，尋找下降可行方向 $d^{(k)}$ 做為搜索方向，確定此方向移動的步長，求得下一迭代點 $x^{(k+1)}$ ，通常此法依據搜尋方向的選擇不同，而形成各種不同的可行方向法，smartdo\_idflt=15、16就是採用不同的可行方向法，主要是合併CFDM及RFDM二者，茲將MFD與CFDM的差異以圖示方法說明於后：



圖三、 MFD 與 CFDM 搜尋方向比較 copy by 課程講義

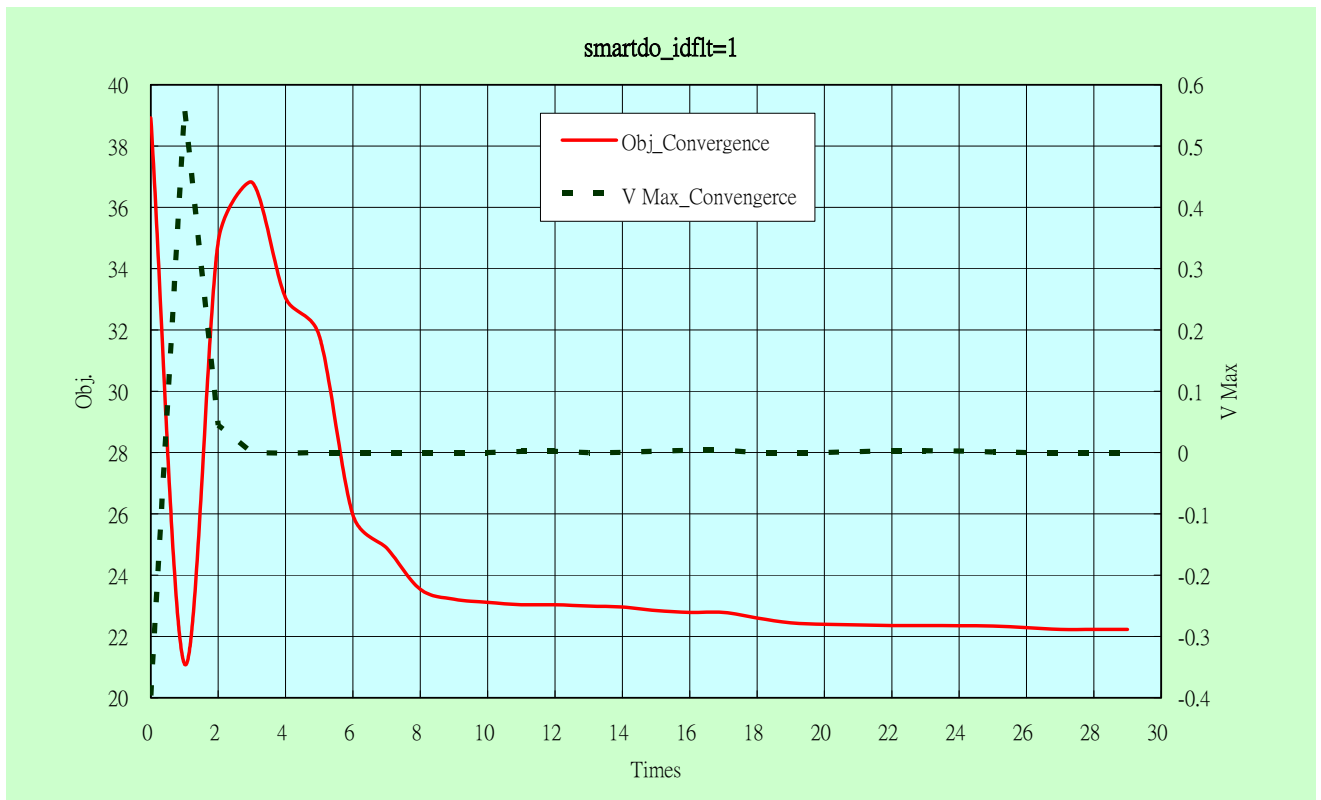


圖四、 MFD 搜尋方向範例 copy by 課程講義

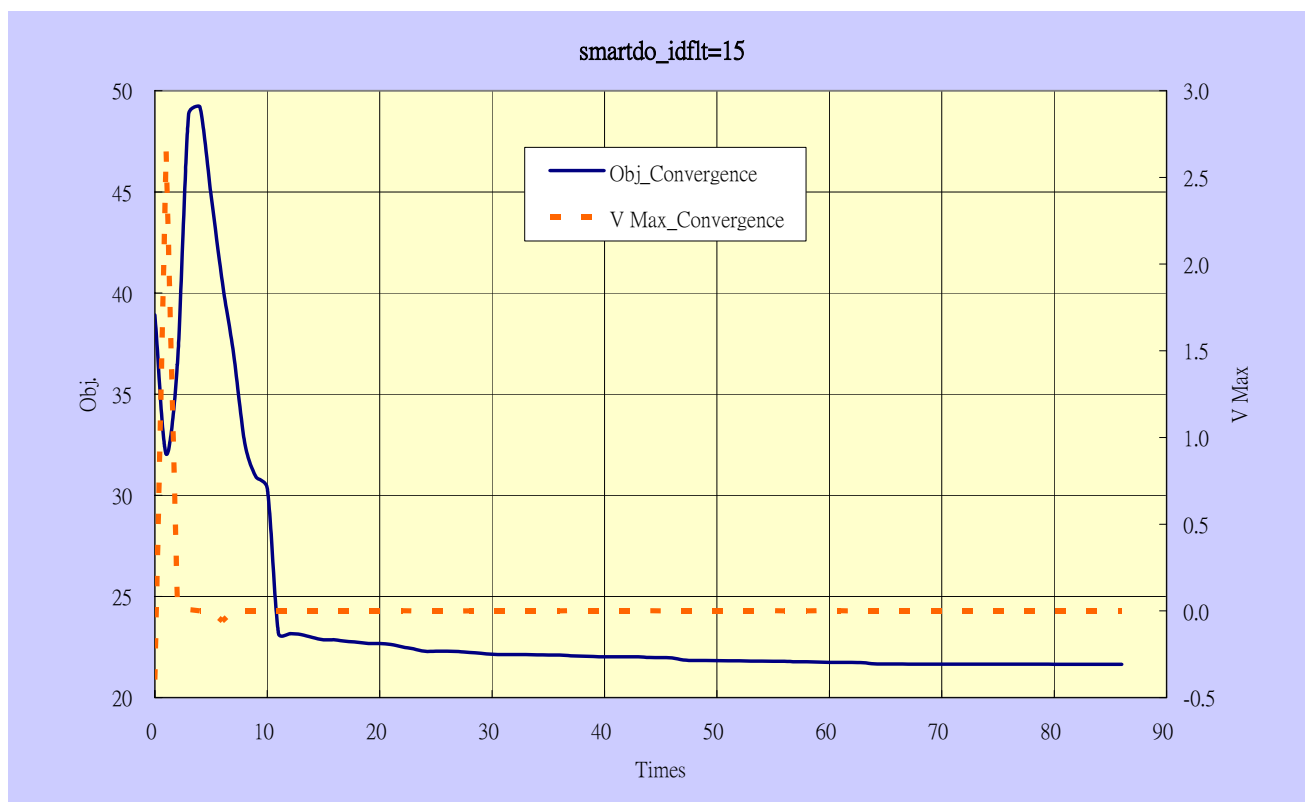


圖五、 CFDM 搜尋方向範例 copy by 課程講義

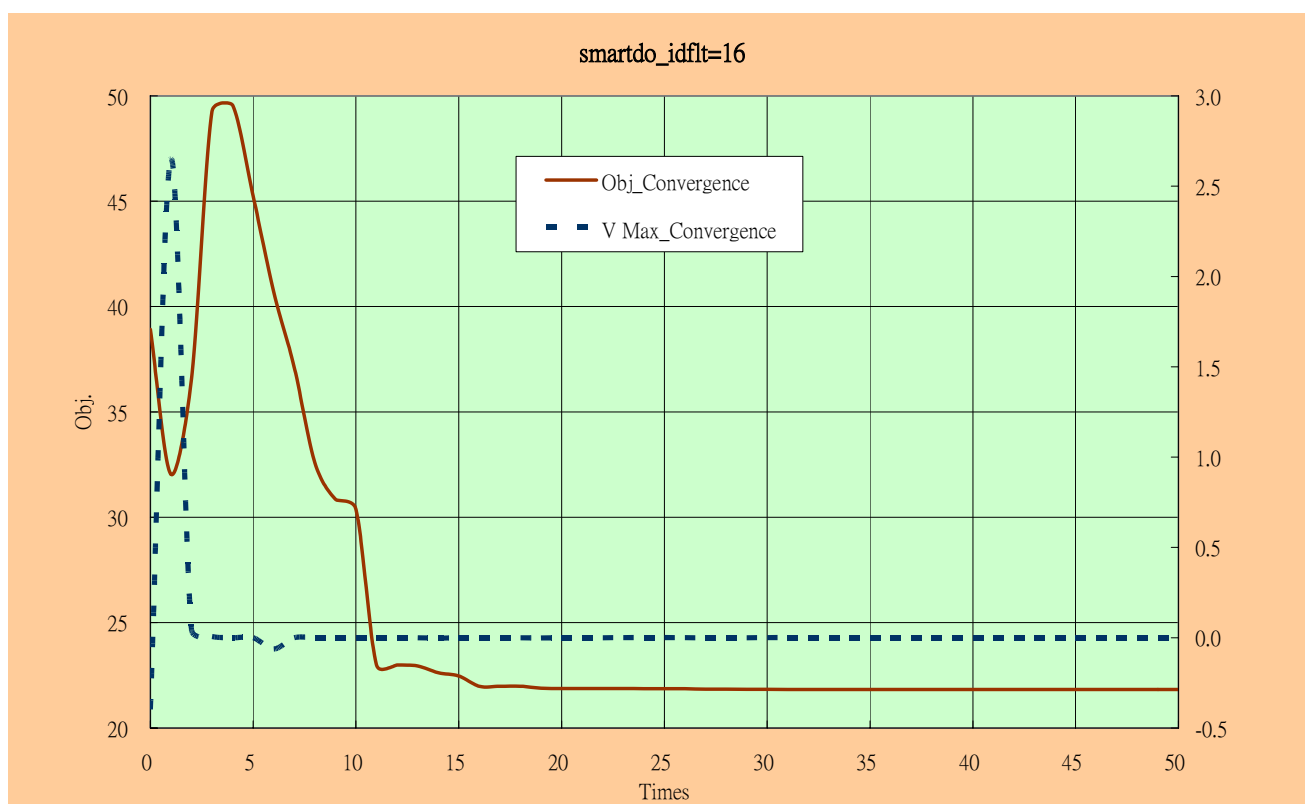
本組試著將以SmartDO計算的三種方式：smartdo\_idflt=1、15、16相互之間的收斂變化過程（「Times to Obj. 」And 「Times to Vmax」），以圖示的方式表示如下：



圖六、 smartdo\_idflt=1 Obj. And Vmax 的收斂曲線



圖七、 smartdo\_idflt=15 Obj. And Vmax 的收斂曲線



圖八、 smartdo\_idflt=16 Obj. And Vmax 的收斂曲線

該三種方法皆採用相同的初始起點開始，目標函數由初始的38.92經過各方法最佳化計算後，茲將比較結果及設計變數最佳值列於下表：

	a	$\beta$	$\beta_1$	$\psi$	n	$t_e$	tr	ite.	Obj	%
Start Design	11.00	58.00	48.00	18.00	8.00	0.14	0.16	0.00	38.92	0.00%
Final Optimazation Design										
smartdo_idflt=1	10.94	53.52	45.57	10.00	7.11	0.12	0.13	29.00	22.23	42.88%
smartdo_idflt=15	11.50	49.95	42.00	10.00	5.96	0.12	0.15	86.00	21.65	44.38%
smartdo_idflt=16	11.31	51.08	43.13	10.06	6.26	0.12	0.15	50.00	21.83	43.91%

表三、 初始設計與最佳化計算結果比較

由表中可看出此三種方式計算後減重約42.8%~44.3%，最佳的減重設計為使用smartdo\_idflt=15的方法，唯其必須經過86次的迭代運算，如果計算量龐大的話，迭帶次數過多會造成時間的浪費，而減重效果也僅僅優於其他方法1.5%，對於工程應用上，應求快速、性能可靠、易於製造，對於製造而言，本次設計方案中的設計變數相關加工精度分別為：

$$\{\alpha, \beta, \beta_1, \phi, t_e, t_r, n\} = \{\pm 0.01, \pm 0.1, \pm 0.1, \pm 0.1, \pm 0.01, \pm 0.1, \pm 1\}$$

綜合考慮五種方式後，基於計算快速、性能可靠、易於製造等三方面，本組採用smartdo\_idflt=16的方法計算出的結果，作為最後決定設計，此方法共迭帶計算50次，目標函數值為21.829，減重目標達到需求，計算所耗時間也在可接受範圍；將smartdo\_idflt=16計算結果當做設計點（Design Point），加以考量實際加工能量、製作方式進行合理性設計，茲將計算值與本組最後設計值相對照列表於下：

	a	$\beta$	$\beta_1$	$\psi$	n	te	tr	Obj	%
smartdo_idflt=16	11.311	51.081	43.131	10.065	6.259	0.120	0.146	21.83	0.0%
精度範圍	$\pm 0.1$	$\pm 0.1$	$\pm 0.1$	$\pm 0.1$	$\pm 1$	$\pm 0.01$	$\pm 0.01$		
Final Design	11.3	51	43.2	10	7	0.12	0.14	23.45	7.4%

表四、最佳化計算結果與最終設計結果比較

經過重新設計後勢必會發生偏離設計現象 (Off Design)，偏離設計的重量比最佳化值增加了約7.4%，主要的原因是在於n的設計變數，n定義為層數，因此必須為整數，所以當n無條件進入時，目標函數會有上揚的情勢發生，此為合理且正常之現象，為了確保設計的性能可行性，將各項參數分別帶入數學式一一驗證：

檢查是否在上限及下限內：

$$\begin{aligned}
 2 \leq a = 11.3 \leq 50 \\
 45 \leq \beta = 51 \leq 70 \\
 40 \leq \beta_1 = 43.2 \leq 50 \\
 10 \leq \phi = 10 \leq 30 \\
 4 \leq n = 7 \leq 12 \\
 0.12 \leq t_e = 0.12 \leq 0.2 \\
 0.10 \leq t_r = 0.14 \leq 0.25
 \end{aligned}$$

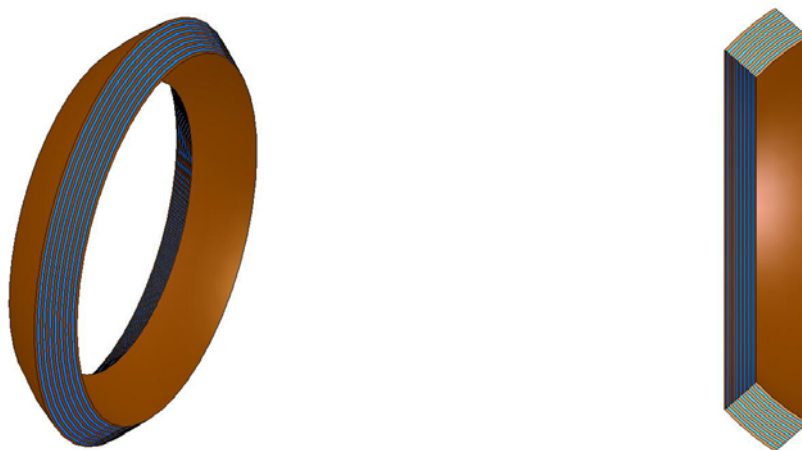
由上面可以看出，所有變數皆在上、下限內，以下檢查是否符合限制條件：

$$\begin{aligned}
 2 - \frac{\sigma_y}{\sigma_r} &= 2 - \frac{1030050}{779772} = -0.04416 \leq 0 \\
 1.25 - \frac{\tau_y}{\tau_e} &= 1.25 - \frac{4500}{2201.39} = -0.07096 \leq 0 \\
 (\beta_2 - \beta_1) - 16 &= (58.8 - 43.2) - 16 = -0.4 \leq 0 \\
 8 - (\beta_2 - \beta_1) &= 8 - (58.8 - 43.2) = -7.599 \leq 0 \\
 45 \leq \beta_2 &= 58.8
 \end{aligned}$$

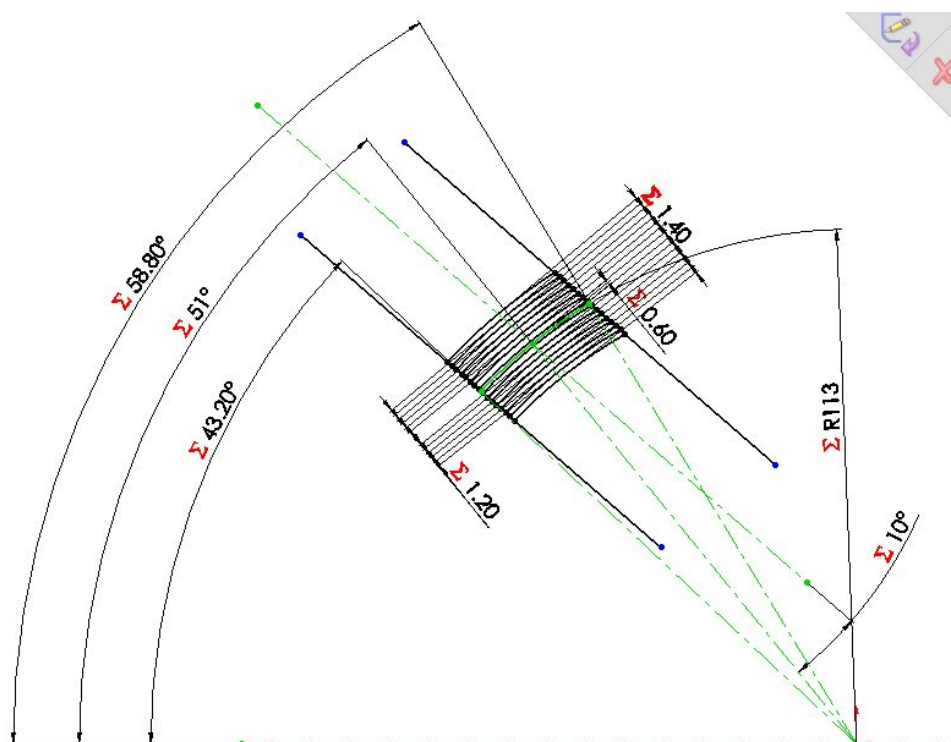
經全部驗證後都符合條件，可認定為可行之最佳化設計。

根據第二章第2節所述將3D模組使用繪圖軟體SolidWorks將設計產品繪

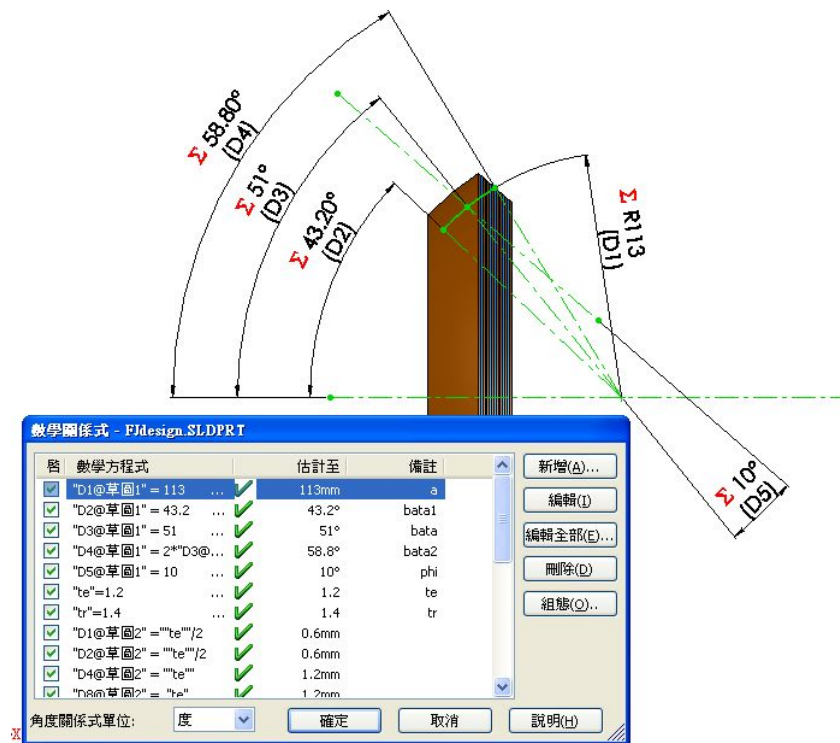
出，並採用繪圖軟體的「數學方程式編輯器」功能，將設計產品的繪圖工作製作成「自動化I/O繪圖」，意思即為將設計參數輸入「數學方程式編輯器」，繪圖軟體將自動計算後繪出設計結果，茲將「自動化I/O繪圖」及最後設計出的產品圖示如后：



圖九、 最後設計出的產品 3D 模組圖形



圖十、 幾何參數尺寸建立



圖十一、 自動化 I/O 繪圖設置

經過整個最佳化設計流程後，本組討論出幾個問題值得未來改進及創新的地方：

- (1) 未來必須以多目標規劃進行最佳化求解
- (2) 設計變數有現實上加工及製造上的限制，未來可以考慮將設計變數的精確度予以限制，或是能設定間隔區間，以方便計算整數或僅需十分位實數等。
- (3) 整合最佳化程式以及繪圖軟體，當完成最佳化計算時將輸出直接帶入繪圖軟體的輸入值，自動完成3D繪圖。
- (4) 建立起柔性接頭參數模型及有限元素分析能力，確實達成「最佳化/CAE/CAD」三合一，完成「一鍵設計」。



## 七、Reference

1. SmartDO Manual01、Manual02、Manual03
2. Tcl/Tk Manual、Tcl Tutorial
3. [www.FEA-Optimization.com](http://www.FEA-Optimization.com)
4. Numerical optimization techniques for engineering design : :with applications /by  
Garret N. Vanderplaats
5. Optimization methods for engineering design /by Richard L. Fox
6. Optimal engineering design : :principles and applications /by James N. Siddall
7. Numerical Recipes in C/Fortran77/Fortran 90, by William H. Press, Saul A.  
Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery
8. Open Source Software Octave (<http://www.octave.org>)
9. Commercial Package  
SmartDO([http://www.fea-optimization.com/optm/SmartDO\\_c.htm](http://www.fea-optimization.com/optm/SmartDO_c.htm))
- 10.結構優化設計概論\謝祚水
- 11.優化設計應用 \郭人生 蘇君 盧洪勝
- 12.MATLAB入門引導\鄭錦聰編著
- 13.MATLAB 6.5 輔助優化計算與設計\飛思科技產品研發中心
- 14.MATLAB 精要\于清華
- 15.Daniel S. Nelson、Andrew S. Prince ,”An Experimental Method for Evaluating the  
Char Tenacity of Fiber-Reinforced Insulation Materials” , AIAA 94-3184
- 16.John W.Edwards , ”ASRM Nozzle Design and Development” , AIAA 91-2070
- 17.W. Prins 、S. Meyer and P. Cox , ”Advanced Solid Rocket Motor Nozzle Thrust

Vector Control Flexseal Development Status”，AIAA 92-3553

18.O.Le Merrer，”ARIANE 5 Solid Rocket Motor Nozzle Design”，AIAA 90-2083

19.M. Bussiere and M. Prel，”ARIANE V Solid Rocker Booster Nozzle Development Status”，AIAA 94-3063

20.P. Caye and D. Descamps，”ARIANE 5 Thrust Vector Control Development Status”，AIAA 94-3069

21.陳汝訓等，”固體火箭發動機設計與研究”，宇航出版社，

22.閔斌等，”防空導彈固體火箭發動機設計”，宇航出版社，1992年10月

23.王光林、蔡峨等，”固體火箭發動機設計”西北工業大學出版社，1993年6月

24. IMSL Computational Technology Toolkit / Math Library Volumes 1 and 2

25. Matlab Help Optimization ToolBox/on line

## 八、Appendix

### 1.of.m

設定Objectic Function

### 2.nncon.m

設定題目參數（Given）及限制邊界條件（Constrain）

### 3.main.m

利用Matlab內建的最佳化程式庫fmincon求解最佳值。

### 4.FJ\_Opt.f90

利用Fortran程式語言中的IMSL程式庫內建最佳化程式NCONF求解最佳值。

### 5.FJ.tcl

SmartDO設定檔案，設定設計變數、求解器等。

### 6.FJ\_obj.tcl

SmartDO定義目標函數的檔案。

### 7.FJ\_con.tcl

SmartDO定義邊界限制條件以及上、下限的檔案。

1.of.m

```
function f = myfun(x)
```

```
beta2=2*x(2)-x(3);
```

```
f=1*2*x(1)*sin(((beta2-x(3))/2)*pi/180)*((7.9*(x(5)-1)*x(7))+(1.2*x(5)*x(6)));
```

## 2.nncon.m

```

function [c ceq]=mycon(x)
Pc=8000;
sigy=1030050;
tauy=4500;
G0=343;
Q=8;
Dt=11;
a0=Dt/sin(x(2)*pi/180);
beta2=2*x(2)-x(3);
kr=0.1038+0.024*x(4)-0.00012*x(4)^2;
w=(x(1)^2.4)*cos(x(2)*pi/180)/(3283*(x(7)^3)+x(7)*(cos(x(2)*pi/180)^2*((x(1)^2)*(beta2-x(3))^2-3283*x(7)^2));
sigp=7150*Pc*kr*w/(x(5)-1);
omega=(x(1)^0.4)/(x(7)*cos(x(2)*pi/180)*(beta2-x(3))^2);
sigq=900*Q*Pc*kr*omega/(x(5)-1);
ke=0.528-0.007*x(4)+0.000326*x(4)^2;
taup=750*Pc*x(6)*ke*sin(x(2)*pi/180)/(x(1)*(beta2-x(3)));
tauq=0.01745*G0*x(1)*Q/(x(5)*x(6));
sigr=sigp+sigq;
taue=taup+tauq;
c=[1.26-sigy/sigr
    2.01-taui/taue
    45.1-beta2
    8.1-(beta2-x(3))
    (beta2-x(3))-15.9
    0.8*a0-x(1)
    x(1)-1.5*a0];
ceq=[];

```

### 3.main.m

```
clear all
clc
format long g
n=20;
fid = fopen('result.txt' , 'wt' );
for i=1:n
lb=[2 45 40 10 4 0.12 0.10];
ub=[50 70 50 30 12 0.20 0.25];
x0 = lb+(ub-lb).*rand(1,length(lb));
options = optimset('LargeScale','off');
[x,fval,exitflag,output] = fmincon(@of,x0,[],[],[],[],lb,ub,@nncon,options);
xx(i,:)=x;
ffval(i,1)=fval;
end
Fopt=min(ffval);
[val,idx]=min(ffval);
Xopt=xx(idx,:);
fprintf(fid, '%12.4f\n  %12.4f\n', Xopt, Fopt);
fprintf('a =  %12.4f\n',Xopt(1));
fprintf('β =  %12.4f\n',Xopt(2));
fprintf('β1 =  %12.4f\n',Xopt(3));
fprintf('ψ =  %12.4f\n',Xopt(4));
fprintf('n =  %12.4f\n',Xopt(5));
fprintf('te =  %12.4f\n',Xopt(6));
fprintf('tr =  %12.4f\n',Xopt(7));
fprintf('min F(x) =  %12.4f\n',Fopt);
disp(output);
fclose(fid);
```

#### 4. FJ\_Opt.f90

```
program FJ_OptDesign
USE IMSL_F90 !呼叫IMSL程式庫
INTEGER IBTYPE, IPRINT, M, MAXITN, ME, N
PARAMETER (IBTYPE=0, IPRINT=0, M=7, MAXITN=1000, ME=0, N=7)
REAL FVALUE, X(N), XGUESS(N), XLB(N), XSCALE(N), XUB(N), ran
EXTERNAL FCN, NCONF, WRRRN
data XSCALE/7*1.0E0/
data XLB/2,45,40,10,4,0.12,0.10/,XUB/50,70,50,30,12,0.20,0.25/!定義上下限
CALL RANDOM(ran)
do i=1,N
XGUESS(i)=XLB(i)+ran*(XUB(i)-XLB(i))!定義D、t初始猜值
end do
CALL NCONF
(FCN,M,ME,N,XGUESS,IBTYPE,XLB,XUB,XSCALE,IPRINT,MAXITN,X,FVALUE)
CALL WRRRN ('The solution is ( 單位 KPa,cm ) ', N, 1, X, N, 0)
open ( unit=10 , file='solution.txt' )
write(10,*) 'a=',X(1),'( 單位 cm )'
write(10,*) 'β=',X(2),'( 單位 度 )'
write(10,*) 'β1=',X(3),'( 單位 度 )'
write(10,*) 'ψ=',X(4),'( 單位 度 )'
write(10,*) 'n=',X(5)
write(10,*) 'te=',10*X(6),'( 單位 mm )'
write(10,*) 'tr=',10*X(7),'( 單位 mm )'
write(10,*) 'min F(x) is'
write(10,*) FVALUE
END

SUBROUTINE FCN (M, ME, N, X, ACTIVE, F, G)
INTEGER M,ME,N,i,j
REAL X(N),F,G(M)
LOGICAL ACTIVE(M)
real, parameter :: pi=3.14159265
real Px,sigy,tauy,G0,Q,Dt,a0,beta2,kr
real w,sigp,omega,sigq,ke,taup,tauq,sigr,taue

!##### Given #####
Pc=8000
sigy=1030050
tauy=4500
```

G0=343

Q=8

Dt=11

!Formulation

a0=Dt/sin(X(2)\*pi/180)

beta2=2\*X(2)-X(3)

kr=0.1038+0.024\*X(4)-0.00012\*X(4)\*\*2

w=(X(1)\*\*2.4)\*cos(X(2)\*pi/180)/(3283\*(X(7)\*\*3)+X(7)\*(cos(X(2)\*pi/180)\*\*2)\*((X(1)\*\*2)\*(beta2-X(3))\*\*2-3283\*X(7)\*\*2))

sigp=7150\*Pc\*kr\*w/(X(5)-1)

omega=(X(1)\*\*0.4)/(X(7)\*cos(X(2)\*pi/180)\*(beta2-X(3))\*\*2)

sigq=900\*Q\*Pc\*kr\*omega/(X(5)-1)

ke=0.528-0.007\*X(4)+0.000326\*X(4)\*\*2

taup=750\*Pc\*x(6)\*ke\*sin(X(2)\*pi/180)/(X(1)\*(beta2-X(3)))

tauq=0.01745\*G0\*X(1)\*Q/(X(5)\*X(6))

sigr=sigp+sigq

taue=taup+tauq

! Objective Function min F(x)=Weight

f=2\*X(1)\*sin(((beta2-X(3))/2)\*pi/180)\*((7.9\*(X(5)-1)\*X(7))+(1.2\*X(5)\*X(6)))

!@@@@@@@@@@@@@ Subject to @@@@@@@@@@@@@@@@@@

IF (ACTIVE(1)) G(1) = sigy/sigr-1.25 !增強件F.S>=1.25

IF (ACTIVE(2)) G(2) = tauy/taue-2 !彈性件F.S>=2

IF (ACTIVE(3)) G(3) = beta2-45.1 !β2>45

IF (ACTIVE(4)) G(4) = (beta2-X(3))-8.1 !8<β2-β1<16

IF (ACTIVE(5)) G(5) = 15.9-(beta2-X(3)) !8<β2-β1<16

IF (ACTIVE(6)) G(6) = X(1)-0.8\*a0

IF (ACTIVE(7)) G(7) = 1.5\*a0-X(1)

return

end



## 5.FJ.tcl

```
# =====
# FJ.tcl  FlexJointDesign
# Entry File for FJ
# =====
# Input Files
# =====
#   FJ_obj.tcl
#   FJ_cns.tcl
# =====

# Optimizer parameters
set smartdo_iopmzr    1
    set smartdo_idflt    1
# set smartdo_idflt    15
# set smartdo_idflt    16
# =====

# Model parameters
set smartdo_ndv        7
set smartdo_ncnstrn    7
# === design variables
#
set smartdo_x(1)       11.0
set smartdo_xl(1)       2.0
set smartdo_xu(1)       50.0
#
set smartdo_x(2)       58.0
set smartdo_xl(2)       45.0
set smartdo_xu(2)       70.0
#
set smartdo_x(3)       48.0
set smartdo_xl(3)       40.0
set smartdo_xu(3)       50.0
#
set smartdo_x(4)       18.0
set smartdo_xl(4)       10.0
set smartdo_xu(4)       30.0
#
set smartdo_x(5)        8.0
set smartdo_xl(5)        4.0
set smartdo_xu(5)       12.0
```

```
#
set smartdo_x(6)    0.14
set smartdo_xl(6)   0.12
set smartdo_xu(6)   0.20
#
set smartdo_x(7)    0.16
set smartdo_xl(7)   0.10
set smartdo_xu(7)   0.25
# =====
# Link to objective and constraint function evaluation files
#
smartdo filobj FJ_obj.tcl
smartdo filcns FJ_cns.tcl
#
```

## 6.FJ\_obj.tcl

```
# =====
# FJ_obj  FlexJointDesign
# =====
#   tcl script file for objective function evaluation
# =====
# Input Files
# =====

set x1 $smartdo_x(1)
set x2 $smartdo_x(2)
set x3 $smartdo_x(3)
set x4 $smartdo_x(4)
set x5 $smartdo_x(5)
set x6 $smartdo_x(6)
set x7 $smartdo_x(7)
#
set beta2 [expr 2*$x2-$x3]
set smartdo_obj [expr
1*2*$x1*sin(((beta2-$x3)/2.0)*3.14/180.0)*((7.9*($x5-1)*$x7)+(1.2*$x5*$x6))]
```

## 7.FJ\_con.tcl

```
# =====
# FJ_cns   FlexJointDesign
# =====
#   tcl script file for constraint functions evaluation
# =====
# Input Files
# =====
#
set x1 $smartdo_x(1)
set x2 $smartdo_x(2)
set x3 $smartdo_x(3)
set x4 $smartdo_x(4)
set x5 $smartdo_x(5)
set x6 $smartdo_x(6)
set x7 $smartdo_x(7)
#
# [Given]
set Pc      [expr 8000.0]
set sigy    [expr 1030050.0]
set tauy    [expr 4500.0]
set G0      [expr 343.0]
set Q       [expr 8.0]
set Dt      [expr 11.0]

# [Formulation]
set a0      [expr $Dt/sin($x2*3.1416/180.0)]
set beta2   [expr 2*$x2-$x3]
set kr      [expr 0.1038+0.024*$x4-0.00012*$x4*$x4]
set w       [expr
(pow($x1,2.4))*cos($x2*3.1416/180.0)/(3283*(pow($x7,3.0))+$x7*(pow(cos($x2*3.1416/180.0),2
.0))*((pow($x1,2.0))*pow(($beta2-$x3),2.0)-3283*$x7*$x7))]
set sigp    [expr 7150*$Pc*$kr*$w/($x5-1)]
set omega   [expr (pow($x1,0.4))/($x7*cos($x2*3.1416/180.0)*pow(($beta2-$x3),2.0))]
set sigq    [expr 900*$Q*$Pc*$kr*$omega/($x5-1)]
set ke      [expr 0.528-0.007*$x4+0.000326*$x4*$x4]
set tau_p   [expr 750*$Pc*$x6*$ke*sin($x2*3.1416/180.0)/($x1*($beta2-$x3))]
set tau_q   [expr 0.01745*$G0*$x1*$Q/($x5*$x6)]
set sigr    [expr $sigp+$sigq]
set taue    [expr $tau_p+$tau_q]
```

```
# [Constraints]
set g1 [expr 1.25-$sigy/$sigr]
set g2 [expr 2.0-$tauy/$taue]
set g3 [expr 45.1-$beta2]
set g4 [expr 8.1-($beta2-$x3)]
set g5 [expr ($beta2-$x3)-15.9]
set g6 [expr 0.8*$a0-$x1]
set g7 [expr $x1-1.5*$a0]
```

```
set smartdo_cnstrn(1) $g1
set smartdo_cnstrn(2) $g2
set smartdo_cnstrn(3) $g3
set smartdo_cnstrn(4) $g4
set smartdo_cnstrn(5) $g5
set smartdo_cnstrn(6) $g6
set smartdo_cnstrn(7) $g7
```